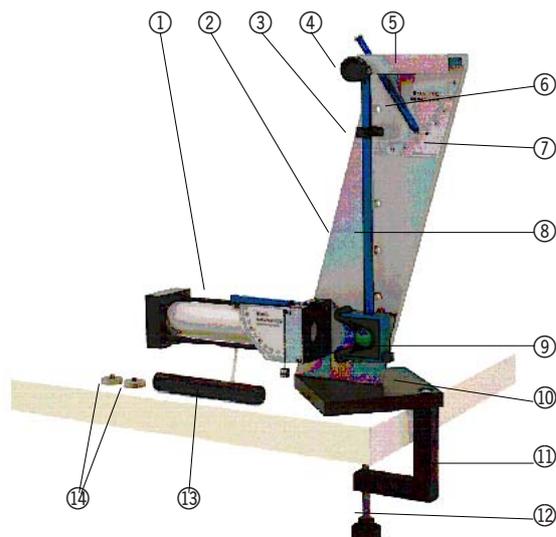


## U10362 Pendolo balistico

### Istruzioni per l'uso

9/04 MH



- ① Apparecchio di lancio (U10360)
- ② Piastra di supporto
- ③ Trascinatore per la lancetta
- ④ Vite di supporto
- ⑤ Controsupporto
- ⑥ Lancetta
- ⑦ Scala angolare
- ⑧ Pendolo
- ⑨ Fermasfera
- ⑩ Piastra di base
- ⑪ Morsetto da tavolo
- ⑫ Vite a testa zigrinata
- ⑬ Piano di carico (con U10360)
- ⑭ Pesi supplementari, 2 pezzi

Fig. 1: componenti

### 1. Norme di sicurezza

- Nelle presenti istruzioni per l'uso si prende in considerazione essenzialmente il pendolo balistico, tuttavia devono essere osservate anche le istruzioni per l'uso dell'apparecchio di lancio U10360.
- Per verificare se nell'apparecchio di lancio è presente una sfera e se la molla è sotto tensione, devono essere utilizzati esclusivamente i fori di osservazione laterali. È vietato guardare dal davanti nella bocca. Pericolo di lesioni!
- Non puntare mai l'apparecchio verso le persone!
- Durante gli esperimenti indossare occhiali protettivi.
- Riporre sempre l'apparecchio di lancio con la molla priva di tensione e senza sfera nella canna.

### 2. Descrizione

- Il pendolo balistico serve per la determinazione sperimentale della velocità iniziale della sfera in uscita dall'apparecchio di lancio. Inoltre è possibile determinare parabole di lancio in caso di lancio orizzontale o inclinato, dove le altezze di lancio pari a 5, 10, 15, 20 e 30 cm possono essere impostate in modo semplice mediante fori prestabiliti.

- Grazie al pendolo estremamente leggero è possibile eseguire gli esperimenti, anziché con sfere di acciaio, con sfere di plastica che al confronto non sono pericolose. Possono essere analizzati sia esperimenti relativi all'urto plastico (quantitativo) che all'urto elastico (qualitativo). Le velocità delle sfere determinate con gli esperimenti di lancio e di oscillazione corrispondono normalmente a circa il 3%.
- Mediante pesi supplementari è possibile esaminare deviazioni di oscillazione diverse ad una velocità delle sfere costante.

### 3. Uso e manutenzione

- Inizialmente il pendolo balistico viene avvitato con il morsetto da tavolo su un piano di lavoro stabile. Successivamente l'apparecchio di lancio viene avvitato orizzontalmente davanti al pendolo, come mostrato in fig. 1, oppure da dietro, come si vede in fig. 3, alla piastra di supporto ②.
- Consiglio:** se il piano di lavoro non è sufficientemente stabile, può verificarsi che dopo la deviazione massima del pendolo, in caso di oscillazione all'indietro dello stesso, si produca uno scossone

dovuto al contatto contro l'apparecchio di lancio, determinando lo spostamento della lancetta. In tal caso il pendolo dovrebbe essere fermato a mano.

- Il caricamento dell'apparecchio di lancio con una sfera avviene sempre a molla priva di tensione, collocando una singola sfera nella parte anteriore del cilindro interno di plastica. Quindi la sfera viene spinta nella canna con il piano di carico fino al raggiungimento del tensionamento desiderato della molla. È consigliato non estrarre troppo rapidamente il piano di carico, poiché altrimenti il risucchio che si forma potrebbe trascinare con sé la sfera. Un controllo della posizione della sfera può essere eseguito solamente mediante i fori di osservazione laterali. Non guardare mai nella canna!
- Prima del lancio accertarsi che non si trovino persone nella traiettoria. Per il lancio tirare brevemente la corda della leva di scatto, in tal modo il tiro dovrebbe risultare leggermente verticale rispetto alla leva.
- Il pendolo ⑧ può essere smontato svitando la vite di supporto ④ e può essere rimontato avvitandola di 180° con il lato posteriore del fermasfera ⑨ rivolto verso l'apparecchio di lancio (esperimenti relativi all'urto elastico). Il controsupporto ⑤ è costruito in modo tale che il pendolo sia agganciato in modo leggermente inclinato con una vite di supporto serrata solo di pochissimo, per cui il fermasfera non si trova esattamente davanti alla bocca dell'apparecchio di lancio. Pertanto serrare la vite di supporto fino ad allineamento del fermasfera e della bocca.
- Dopo avere ruotato il pendolo o se si rende necessario, impostare il trascinatore ③ per la lancetta ⑥ in modo che tocchi esattamente la lancetta, quando il pendolo pende immobile. La vite del trascinatore dovrebbe essere serrata solamente con le dita, per evitare punti di pressione nell'asta del pendolo.
- **Manutenzione:** il pendolo balistico in linea di principio non richiede manutenzione. Se necessario, può essere applicata una piccola quantità di grasso non acido (vaselina) sulla vite di supporto ④ e sulla vite a testa zigrinata ⑫. Fatta eccezione per la zona della scala, può essere pulito, se necessario, con acetone, etanolo (alcool) o benzina solvente. Evitare di immergere l'apparecchio in acqua.

## 4. Esecuzione dell'esperimento e analisi

### 4.1 Pendolo balistico

#### 4.1.1 Struttura dell'esperimento

- La struttura dell'esperimento corrisponde alla fig. 1 per gli esperimenti relativi all'urto plastico. Per gli esperimenti relativi all'urto elastico il pendolo deve essere ruotato di 180° (cfr. paragrafo 3 "Uso").

#### 4.1.2 Esecuzione dell'esperimento

- È opportuno annotare durante gli esperimenti il numero dell'esperimento, il tensionamento del-

la molla (1, 2 o 3), il tipo di urto (plastico "p" o elastico "e"), il numero dei pesi supplementari utilizzati così come il valore misurato dell'angolo  $\varphi$ . Per ottenere risultati dell'esperimento estremamente precisi, dopo il primo urto dovrebbe esserne prodotto un altro, senza che la lancetta venga riportata su 0°. In questo modo le inevitabili perdite per attrito della lancetta vengono ridotte ai minimi termini.

- Esempio di una serie di esperimenti:

N.	Tensionamento molla	Tipo di urto	Pesi supplementari	Angolo $\varphi$
1	1	p	0	17,5
2	2	p	0	25,0
3	3	p	0	36,0
4	1	p	2	9,5
5	2	p	2	13,5
6	3	p	2	19,0
7	1	e	0	29,5
8	2	e	0	42,0
9	3	e	0	60,0

### 4.1.3 Analisi dell'esperimento

#### 4.1.3.1 Urto plastico

- Per il pendolo oscillante vale la legge sulla conservazione dell'energia nella formula

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{cin}} \quad (1)$$

dove per l'energia potenziale vale

$$E_{\text{pot}} = m_{\text{tot}} g \Delta h \quad (2)$$

Qui  $m_{\text{tot}}$  rappresenta il peso complessivo del pendolo incl. la sfera ed eventualmente i pesi supplementari,  $g$  è l'accelerazione terrestre e  $\Delta h$  la differenza di altezza del baricentro del pendolo tra la posizione di riposo e la deviazione max.

- Dall'angolo  $\varphi$  e dalla lunghezza del baricentro  $l_s$  misurati, come da fig. 2, si ottiene:

$$\Delta h = l_s (1 - \cos \varphi) \quad (3)$$

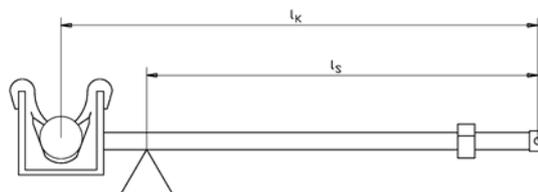


Fig. 2: Lunghezze necessarie per l'analisi. La distanza "baricentro - punto di rotazione" ( $l_s$ ) deve essere misurata, nel caso dell'urto plastico, includendo la sfera e i contrappesi. Per la misurazione il pendolo può essere allineato ad esempio su una riga messa di taglio. La distanza "centro della sfera - punto di rotazione" è pari a  $l_k = 280$  mm.

- L'energia cinetica si calcola mediante il momento d'inerzia  $I_{\text{tot}}$  riferito al punto di rotazione del pendolo e la velocità angolare max.  $\omega$  in base a

$$E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} I_{\text{tot}} \omega^2 \quad (4)$$

- Se le equazioni 2 e 4 vengono inserite nell'equazione 1 e il valore  $\Delta h$  viene eliminato mediante l'equazione 3, dalla conversione ne consegue:

$$\omega = \sqrt{\frac{2 m_{\text{tot}} g l_s (1 - \cos \varphi)}{I_{\text{tot}}}} \quad (5)$$

- Non viene cercato  $\omega$ , ma la velocità iniziale della sfera  $v_0$ . La correlazione tra le due grandezze si ottiene dalla legge della conservazione del momento angolare (conservazione del moto rotatorio) subito prima e subito dopo l'urto:

$$L_k = L_{\text{tot}} \quad (6)$$

con il "moto rotatorio" della sfera

$$L_k = m_k l_k v_0 \quad (7)$$

prima dell'urto e del moto rotatorio complessivo

$$L_{\text{tot}} = I_{\text{tot}} \omega \quad (8)$$

dopo l'urto. Inserendo le equazioni 7 e 8 nell'equazione 6 si ottiene

$$m_k l_k v_0 = I_{\text{tot}} \omega \quad (9)$$

- Ciò, dopo la risoluzione di  $\omega$  e l'equiparazione dell'equazione 5, determina la correlazione cercata

$$v_0 = \frac{1}{m_k l_k} \sqrt{2 I_{\text{tot}} m_{\text{tot}} g l_s (1 - \cos \varphi)} \quad (10)$$

- Il momento d'inerzia viene in linea di principio calcolato in base a

$$I_{\text{tot}} = \int_m l^2 dm \quad (11)$$

dove  $l$  è la relativa distanza di un peso  $dm$  dal punto di rotazione. Poiché la determinazione dei momenti d'inerzia non è lo scopo delle presenti considerazioni,  $I_{\text{tot}}$  può anche essere calcolato dal periodo di oscillazione  $T$  del pendolo (con sfera ed eventualmente contrappesi). Per un pendolo fisico vale, in caso di deviazioni ridotte<sup>1</sup>:

$$I_{\text{tot}} = m_{\text{tot}} g l_s \left( \frac{T}{2\pi} \right)^2 \quad (12)$$

- In tal modo ora sono note o calcolabili tutte le grandezze. Per l'esempio summenzionato si ottiene:

N.	$m_k / \text{kg}$	$m_{\text{tot}} / \text{kg}$	$l_s / \text{m}$	$T / \text{s}$	$v_0$ in m/s
1	0,00695	0,06295	0,218	1,01	3,39
2	0,00695	0,06295	0,218	1,01	4,82
3	0,00695	0,06295	0,218	1,01	6,88
4	0,00695	0,09795	0,252	1,07	3,51
5	0,00695	0,09795	0,252	1,07	4,98
6	0,00695	0,09795	0,252	1,07	6,99

- I valori numerici dovrebbero essere determinati singolarmente per ogni pendolo, poiché le tolleranze intrinseche al materiale e alla produzione possono determinare deviazioni.

#### 4.1.3.2 Urto elastico

- Per il pendolo oscillante dopo l'urto vale inoltre l'equazione 5 con la differenza che in questo caso il momento d'inerzia del pendolo deve essere preso in considerazione senza la sfera  $l_p$  ma, se necessario, con pesi supplementari (peso del pendolo  $m_p$ ):

$$\omega = \sqrt{\frac{2 m_p g l_s (1 - \cos \varphi)}{I_p}} \quad (13)$$

- Per la determinazione della correlazione tra  $\omega$  e la velocità iniziale  $v_0$  sono ora disponibili sia la legge della conservazione del momento angolare che la legge sulla conservazione dell'energia, di volta in volta determinate prima e dopo l'urto. È necessaria anche l'ulteriore equazione, poiché il sistema ha un ulteriore grado di libertà: la velocità della sfera  $v_2$  dopo l'urto. Analogamente all'equazione 9 si ottiene per i momenti angolari:

$$m_k l_k v_0 = m_k l_k v_2 + I_p \omega$$

⇔

$$v_2 = v_0 - \frac{I_p \omega}{m_k l_k} \quad (14)$$

- Se questa velocità  $v_2$  viene inserita nella legge della conservazione dell'energia

$$\frac{1}{2} m_k v_0^2 = \frac{1}{2} m_k v_2^2 + \frac{1}{2} I_p \omega^2 \quad (15)$$

dopo alcune conversioni si ottiene:

$$v_0 = \frac{1}{2} \omega l_k \left( 1 + \frac{I_p}{m_k l_k^2} \right) \quad (16)$$

- Se in questo caso viene inserita anche l'equazione 13 e  $I_p$  viene determinato analogamente all'equazione 12,  $v_0$  può essere calcolato per un urto completamente elastico:

N.	$m_k / \text{kg}$	$m_p / \text{kg}$	$l_s / \text{m}$	$T / \text{s}$	$v_0$ in m/s
7	0,00695	0,0560	0,211	1,008	2,88
8	0,00695	0,0560	0,211	1,008	4,05
9	0,00695	0,0560	0,211	1,008	5,65

<sup>1</sup> Recknagel, A.: Physik Mechanik, 3te Auflage, VEB Verlag Technik Berlin, 1958.

- Questi valori per  $v_0$  sono inferiori di circa il 18% rispetto ai valori determinati dall'urto plastico, aspetto che va ricondotto al fatto che l'urto non scorre in modo completamente elastico.

## 4.2 Determinazione delle parabole di lancio

### 4.2.1 Struttura dell'esperimento

- Una possibile struttura dell'esperimento è rappresentata schematicamente in fig. 3 (non in scala). I fori presenti nella piastra di supporto del pendolo sono disposti in modo tale che in caso di lancio diretto sul piano di lavoro si ottengono le altezze di lancio 50, 100, 150, 200 e 300 mm.

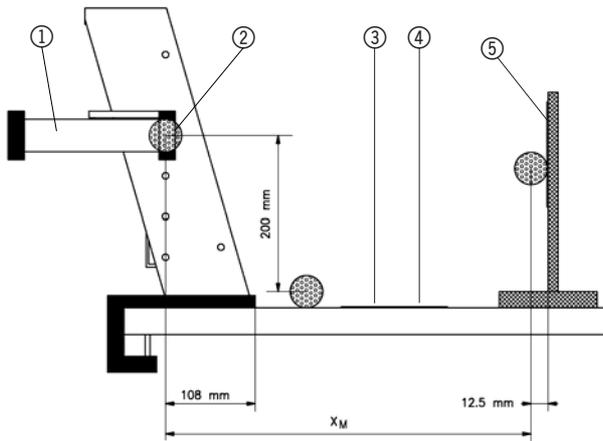


Fig. 3: Struttura dell'esperimento, Legenda: ① apparecchio di lancio, ② posizione di lancio della sfera, ③ carta, ④ carta carbone, ⑤ ad es. supporto per lavagna con lavagna bianca da parete

- In caso di lancio contro una parete verticale (ad es. lavagna bianca da parete U10030 montata sul supporto per lavagna U10381) dalla distanza orizzontale "punto di lancio fino alla parete" deve essere sottratto il raggio della sfera (1,25 cm) per ottenere il valore della distanza  $x_M$ . Il valore misurato dell'altezza  $y_M$  relativo all'altezza di lancio si ottiene dalla distanza "punto di impatto sulla parete - tavolo" meno 62,5 mm, 112,5 mm, 162,5 mm, 212,5 mm e 312,5 in base al foro utilizzato di volta in volta.

### 4.1.2 Esecuzione dell'esperimento

- È opportuno annotare durante gli esperimenti il numero dell'esperimento, il tensionamento della molla (1, 2 o 3), l'angolo di lancio e i valori  $x_M$  e  $y_M$ . Esempio:

N.	Tensionamento molla	Angolo - di lancio $\varphi / ^\circ$	Gittata $x_M / \text{cm}$	Altezza bersaglio $y_M / \text{cm}$
1	1	0	171,3	-30
2	2	0	125,4	-30
3	3	0	86,9	-30
4	1	0	62,3	-15
5	2	0	90,5	-15
6	3	0	120,7	-15

### 4.1.3 Analisi dell'esperimento

- L'origine del sistema di coordinate viene opportunamente posizionata al centro della sfera durante il lancio. Quindi vale:

$$v_x = v_0 \cos \varphi \quad (17)$$

$$v_y = v_0 \sin \varphi \quad (18)$$

$$y = v_y t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (19)$$

$$x = v_x t \quad (20)$$

Dall'equazione 20 ne consegue direttamente  $t = x / v_x$ , con cui può essere eliminato il tempo presente nell'equazione 19.

- Se nell'equazione così ottenuta vengono eliminate anche le grandezze  $v_x$  e  $v_y$  utilizzando le equazioni 17 e 18, si ottiene con

$$y = x \tan \varphi - x^2 \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \varphi} \quad (21)$$

l'equazione della parabola di lancio.

- In questa equazione non si conosce ancora tuttavia la velocità iniziale  $v_0$ , poiché negli esperimenti sono stati misurati i percorsi  $x$  e  $y$ . Se il valore  $v_0$  viene determinato per i diversi esperimenti, si ottiene:

Tensionamento molla	$v_0$ in m/s
1	3,53
2	5,10
3	6,85

- Questi valori numerici si basano complessivamente su 25 esperimenti, dei quali nella tabella sopra riportata ne vengono indicati solo 6 in modo esplicito. Con questi valori ora è possibile calcolare le parabole di lancio in base all'equazione 21 e metterle a confronto con i valori misurati. Il risultato è rappresentato nella fig. 4.

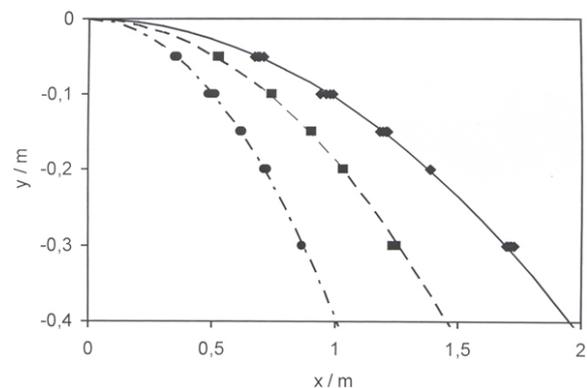


Fig. 4: Valori misurati e calcolo comparativo,  $x$  = ampiezza di lancio,  $y$  = altezza di lancio, simboli = valori misurati (cerchi = tensionamento molla 1, quadrati = tensionamento molla 2, rombi = tensionamento molla 3), linee = parabole calcolate